

Übungsklausur - Kursstufe 1 GK - Analysis

Aufgabenstellungen

Marvin Gassmann

20. November 2023

Schwierigkeitsgrade:

Leicht: ★★☆☆

Mittel: ★★★☆☆

Schwer: ★★★★★

Aufgabe 1:

Schwierigkeitsgrad: ★★★

Gegeben sei die Funktion f mit $f(x) = \sin(3x)$.

- a) Bestimme $f'(x), \dots, f^5(x)$.
- b) Bestimme $f^{27}(x)$.
- c) Bestimme die Funktionsgleichung der n -ten Ableitung von f .

Tipp zu Teilaufgabe c):

Es ist wichtig ein System hinter den Ableitungen zu erkennen. Hat man die ersten paar Ableitungen in Teilaufgabe a) berechnet, ist ein bestimmtes Muster erkennbar. Dieses Muster kann man für die dritte Aufgabe verwenden!

Aufgabe 2:

Schwierigkeitsgrad: ★★★

Löse die folgenden Gleichungen.

- a) $\cos^2(x) + 2 \cdot \cos(x) = 0$
- b) $\frac{6}{x^4} + \frac{1}{x^2} = 1 \quad (x \neq 0)$
- c) $x^5 - 3x^3 - 4x = 0$

Hinweis:

Bei Teilaufgabe a) sind trigonometrische Funktionen im Spiel. Bei diesen speziellen Funktionen, lassen sich aufgrund deren Periodizität immer unendlich viele Lösungen finden. Der Einfachheit halber, kann das aber ausnahmsweise vernachlässigt werden und es genügen jeweils die Lösungen, die man auf üblichem Wege finden kann.

Aufgabe 3:

Schwierigkeitsgrad: ★★☆☆

Der Graph der Funktion f mit $f(x) = -\frac{1}{6}x^3 + x^2 - x$ besitzt einen Wendepunkt. Zeige, dass $t: y = x - \frac{4}{3}$ eine Gleichung der Tangente in diesem Wendepunkt ist.

Aufgabe 4:

Schwierigkeitsgrad: ★☆☆☆ - ★★☆☆

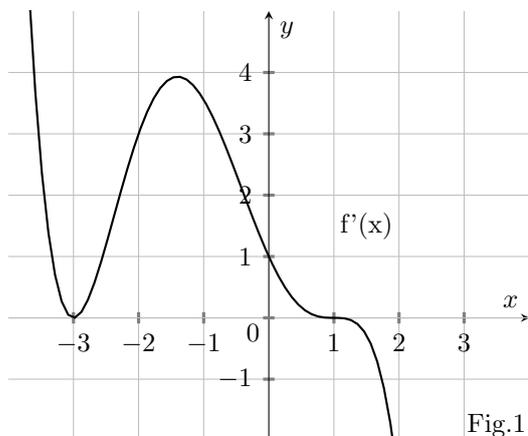
Bestimme die erste Ableitung der folgenden Funktionen.

- a) $f(x) = \frac{1}{8} \cdot \sin(4x^2)$
- b) $g(a) = \sqrt{a+3}$
- c) $h(x) = (2x-3) \cdot \sqrt{x}$
- d) $i(z) = \frac{2}{z} \cdot \cos(z)$
- e) $j(x) = \sqrt{5} \cdot \sqrt{x}$
- f) $k(t) = \frac{1}{\sin(t)}$

Aufgabe 5:

Schwierigkeitsgrad: ★★☆☆

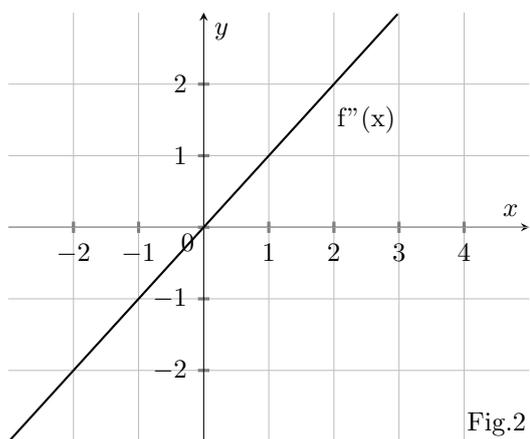
Gegeben sei der Graph der ersten Ableitung einer Funktion f . Bestimme die Extremstellen von f .



Aufgabe 6:

Schwierigkeitsgrad: ★★☆☆

Gegeben sei der Graph der zweiten Ableitung einer Funktion f .



Beurteile und korrigiere gegebenenfalls:
 f' ist streng monoton wachsend.

Aufgabe 7:

Schwierigkeitsgrad: ★★☆☆

Der Querschnitt eines Gebirgstals kann mit der Funktion f mit $f(x) = \cos(\frac{1}{2}\pi x) + 1,5$ ($0 \leq x \leq 4$, x in km, $f(x)$ in km) modelliert werden.

- Zeichne den Graphen von f und bestimmen Sie den Tiefpunkt des Graphen.
- Bestimme den Höhenunterschied zwischen höchster und tiefster Stelle des Tals.
- Ein Wanderer beginnt den Abstieg in das Tal an der Stelle, die durch den Punkt $P(0|-2,5)$ dargestellt wird. Begründe, dass das Tal zunächst immer steiler fällt und bestimme, wo die Steilste Stelle während des Abstiegs liegt.